

Didaktisk diskussion om barnträdgårdslärares möjligheter att arbeta med matematik i finländsk småbarnsfostran

Camilla Björklund Institutionen för pedagogik, kommunikation och lärande,
Göteborgs universitet, Sverige

Title: Didactical discussion on pre-school teachers' prerequisites for working with mathematics in Finnish early childhood education

Abstract: Finnish teachers encounter an increased focus on learning aspects and a revised legislation strengthens teachers' professional role for early learning, which also has impact on pre-school teachers' work in early childhood education (children 0–5 years). The paradigm in early childhood education in recent years emphasizes development, learning and teaching. Mathematics is one content area that has been given a lot of attention in Nordic discussions on education for early years. However, the Finnish national curricula and guidelines for early childhood education give limited support for developing stimulating and goal-oriented educational practice in so called academic fields of knowledge, for example mathematics. This article aims at pointing at some of the prerequisites for working with mathematics in Finnish early childhood education in relation to new research on mathematical development and didactics suitable for early childhood education. Three authentic examples of traditional pre-school activities with toddlers are taken as a starting point for the didactical discussion.

Key words: Curriculum; Early Childhood Education; Finland; Mathematics; Toddlers

Email: camilla.bjorklund@ped.gu.se

Peer-reviewed article: Sent to review June 2012, Accepted March 2013, Printed 26 April 2013

År 2010 antogs en ny skollag i Finland där pedagoger i skola och förskola¹ ges ett större ansvar för att fånga upp och stödja varje barns individuella lärandebehov (Lag om ändring av lagen om grundläggande utbildning, 16 a § 1 mom. 642/2010). Småbarnsfostran i Finland, som berör barn i åldrarna 0–5 år, berörs indirekt av de ökade förväntningarna på tidigt stöd i lärande och utveckling i och med att den tidiga fostran och förskoleundervisningen i samarbete

ska stödja varandra och bilda en helhet för barnets växande (Utbildningsstyrelsen, 2010). I övriga Norden har under de senaste åren också ett större fokus lagts på lärandeaspekten i de yngre barnens verksamhet, vilket syns bland annat i en reviderad *Läroplan för förskolan* i Sverige (Skolverket, 2010) och även revideringar i *Rammeplan for barnehagens innhold og oppgaver* i Norge (Kunnskapsdepartementet, 2006). Som en följd av det ökade intresset för lärandeaspekten i småbarns verksamheter, nämns i de reviderade styrdokumenterna i högre grad än tidigare kunskapsområden såsom språk och matematik. I det finländska styrdokumentet *Grunderna för planen för småbarnsfostran* (Stakes, 2003, korrigerad upplaga 2005) poängteras en

1. Förskola eller förskoleundervisning är i Finland ett frivilligt förberedande år som föregår den obligatoriska grundskolan i vilken barn vanligtvis börjar det år de fyller sju.

helhetssyn på barns utveckling och lärande som en samverkan mellan vård, fostran och undervisning. Språk, lek, erfarenheter och gemenskap är former för verksamheten som får stor tyngdpunkt men här nämns också kunskapsområden som *inhållsmässiga inriktningar* där till exempel den matematiska inriktningen ges ett utrymme om fem rader:

Den matematiska inriktningen grundar sig på jämförelser, slutledningar och räkneuppgifter i ett slutet begreppssystem. Inom småbarnsfostran lär sig barnen att göra jämförelser, dra slutsatser och räkna i vardagliga lekrelaterade situationer med hjälp av konkreta material, föremål och redskap som barnen är förtrogna med från förut och som intressera dem. (Stakes, 2005, s. 33)

Den finländska pedagogen i småbarnsfostran, barnträdgårdsläraren, har en stor utmaning i att på lokal nivå formulera realiserbara mål och implementera de nationella målsättningarna i praktisk verksamhet. Styrdokumentet är skrivet i en socialpedagogisk anda med stark betoning på att utveckla personligt välbefinnande, att stärka beteendeformer och verksamhetssätt som beaktar andra personer samt att öka barnens självständighet (Stakes, 2005, s. 18). De innehållsmässiga inriktningarna bildar på så sätt innehåll, genom vilka barnet förväntas finna glädje i att lära och utvecklas i samspel med andra. Matematiklärande är således underordnat barnets personlighetsutveckling. Målsättningarna för matematikinnehållet är övergripande och ska enligt styrdokumentet anpassas efter barnets behov och situation. De kan därför te sig diffusa, alternativt ge stor frihet att tolka hur jämförelser, slutledningar och räkneuppgifter görs meningsfulla och stimulerande för varje enskilt barn. Det ställer ytterligare särskilda krav på pedagogens kompetens och förmåga att känna igen och urskilja ett matematiskt innehåll, som kan framträda i den dagliga verksamheten.

Avsikten med artikeln

Avsikten med denna artikel är att lyfta barnpedagogiskt arbete med matematik i vardagliga situationer till diskussion, i relation till de förutsättningar enligt vilka barnträdgårdslärare i Finland arbetar. Vidare är syftet mer preciserat att fördjupa den didaktiska diskussionen med utgångspunkt i den forskningsbaserade kunskap som idag finns gällande barns matematikfärdig-

heter och matematikområdets komplexitet. För att närma sig det praktiska arbetet i finländska daghem knyts diskussionen till tre autentiska episoder från barnpedagogisk verksamhet med småbarn 1–3 år gamla. Episoderna består av videoobservationer av småbarns möten med barnpedagogisk verksamhet, insamlade och sammanställda av Lindahl (1996).

MATEMATISK INRIKTNING I FINLÄNSK SMÅBARNSFOSTRAN

Att arbeta med barns matematiklärande som mål förutsätter en grundlig reflektion över vad matematik innebär, hur matematik gestaltar sig i barns verksamheter och hur lärande organiseras på mest lämpligt sätt. Det är med andra ord en didaktisk reflektion som varje pedagog i och med sin yrkesroll bör föra med sig själv och med andra som arbetar inom verksamhetsfältet. I och med att matematik uttryckligen nämns som en innehållsmässig inriktning i de finländska styrdokumenterna, kan matematiken inte lämnas obeaktad eller oplanerad. Intresset för att utveckla det didaktiska kunnandet inom detta kunskapsområde syns bland annat i ett stort deltagarantal i fortbildningssatsningar med matematikdidaktik som ett möjligt val. Fortbildningssatsningen *Se Barnet!* i finländska Norra Österbotten lockade till exempel under år 2009–2010 fullt deltagarantal i valbara matematikdidaktikkurser riktade till personal inom småbarnsfostran.

År 2000 och fram till 2010 genomfördes en rad forskningsstudier i den finlandssvenska barnpedagogiska verksamheten med ett särskilt fokus på de yngsta barnens problemlösningstrategier och erfarende av matematik (Öhberg², 2000, 2004; Björklund, 2007, 2010a, 2011, 2012). Utgångspunkten i studierna har varit att fånga barns strategier för problemlösning och deras möten med matematik, det vill säga att anta barnets perspektiv som rättesnöre i tolkningarna. Perspektivvalet är en direkt följd av förväntningarna på att en barnpedagogisk verksamhet i Finland skall utgå från barns initiativ, intressen och erfarenheter (Stakes, 2005). De didaktiska diskussionerna i småbarnsfostran bör därför ta utgångspunkt i barnens erfarende och uttryck för förståelse. Genom observationer av barns möten med den pedagogiska miljön kan slutsatser dras om barns lärande både indi-

2. Öhberg byter senare namn till Björklund

viduellt och tillsammans med andra. Möjligheter och begränsningar i miljön är återkommande frågeställningar som gör att forskningsresultaten direkt kan omsättas i den pedagogiska verksamheten, som stöd för att skapa en pedagogisk miljö som främjar utveckling och lärande.

Den finländska daghemskulturen genomsyras av tanken på lärande som utveckling av färdigheter i samspel och växelverkan med andra. Hujala (2002) beskriver denna kultur i sociokulturella termer där uppdraget är givet av samhället och kulturen. Fostran är kulturellt bunden och ansvaret ligger på flera aktörer i samhället, såväl på administrativ nivå som i praxis med nära samarbete mellan barnets föräldrar och övriga skolformer. Riktlinjerna i *Grunderna för planen för småbarnsfostran* (Stakes, 2005) antyder en strävan att fostra till ett självständigt socialt kompetent barn, men utvecklingen sker under överinseende av en omhändertagande vuxen. Följden av ett starkt socialt och kulturellt influerat pedagogiskt förhållningssätt är att pedagogen stödjer och uppmuntrar barn att utforska sin omvärld på ett lustfyllt och experimenterande sätt tillsammans med andra, på många sätt så som Vygotsky (1978) framställer barn–pedagog-interaktionen i en lärandesituation.

Även om de sociala och kulturella aspekterna i fostran poängteras i styrdokumentet framställs också barns individuella erfarenheter och barnets perspektiv som väsentliga. I en studie av Alasuutari och Karila (2010) visar sig ett flertal lokala planer för verksamheten i första hand lyfta fram ett utvecklingspsykologiskt perspektiv där utveckling av kognitiva, emotionella och sociala färdigheter är framträdande. Karila m.fl. (2005) hävdar att det utvecklingspsykologiska synsättet är det dominerande paradigmet i finländsk barndagvård. Utvecklingsperspektivet skapar i sig en förväntan på progression och att barn uppnår vissa uppställda mål. Förväntningarna ska omsättas i ett målorienterat praktiskt arbete med barnen och det utvecklingsinriktade förhållningssättet bör därför enligt Karila m.fl. alltså underordnas ett pedagogiskt och didaktiskt tänkande.

En pedagogisk verksamhet där utveckling är ledstjärnan, men utgångspunkten ligger på barnens intressen, perspektiv och lek, kan kännas igen i ett utvecklingspedagogiskt förhållningssätt. Kärnan i utvecklingspedagogiken (se Asp-lund Carlsson & Pramling Samuelsson, 2003) innebär att lärande inte sker isolerat eller avgränsat i tid, utan ständigt i förhållande till tidi-

gare erfarenheter och vad som är möjligt att urskilja och upptäcka i en situation (jämför *Variationsteori för lärande*, Marton & Tsui, 2004). Lärandeprocessen drivs framåt av möten med andras uppfattningar och upptäckter som väcker nyfikenhet och frågor. Lärande i tidig ålder sker därför inom utvecklingspedagogiska ramar bäst i sammanhang karakteriserade av lek och samspel där utmaningarna genereras av barnens initiativ och perspektiv. Pedagogens uppgift är att urskilja och tolka barns förståelse av ett lärandeobjekt, men också vad barnet finner problematiskt eller svårt. Vidare blir ett betydelsefullt uppdrag att skapa möjligheter för barnet att utveckla nya insikter och färdigheter i en målorienterad verksamhet där lek och lärande integreras (Pramling Samuelsson, 2005; Pramling Samuelsson & Pramling, 2009). Det utvecklingspedagogiska förhållningssättet torde vara en lämplig form för implementering av de finländska riktlinjerna för småbarnsfostran i praxis, inte minst med hänvisning till formuleringen ”fostrarnas uppgift är att planera verksamheten och att erbjuda barn en miljö som avspeglar dels det sätt som är karakteristiskt för ett barn att fungera på [lek], dels ger uttryck för vissa inriktningar som man på förhand gjort upp ramarna för” (Stakes, 2005, s 21).

Målorienterat arbete med barns lärande, det vill säga didaktiskt arbete, bör vara realiserbart oberoende av barnens ålder eller form av verksamhet. En förutsättning är dock att pedagogen ifråga är lyhörd för barnens erfarenhetsvärld och besitter ett visst kunnande i ämnesspecifika utvecklingsområden för att kunna urskilja vad barnet behöver stöd i att utveckla och hur stödet kan förverkligas med hänsyn till barnets perspektiv (Pramling Samuelsson, 2010). Johansson och Pramling Samuelsson (2006) beskriver detta som att pedagogen bör ha kunskaper om innehållsdimensionerna som framställs i styrdokumentet och dessutom föreställa sig vilka färdigheter och förmågor som barn kan tänkas utveckla i förhållande till det man arbetar med för tillfället. Konkret uttryckt handlar det således om att fånga och ta till vara lärandemöjligheterna när de framträder i vardagen och i meningsfulla aktiviteter samt ha en idé om vilka färdigheter som kan utvecklas.

Barnens initiativ bör alltså tolkas av pedagoger i syftet att utveckla verksamheten så att varje barn bereds möjlighet att utveckla sina färdigheter och tillägna sig grundläggande förståelse för matematikens grundläggande begrepp och prin-

ciper. I det finländska styrdokumentet nämns matematiska förmågor såsom att jämföra, dra slutsatser och räkna. Mot bakgrund av den omfattande forskningen om barns matematiska förmågor och färdigheter som finns tillgänglig i dag, bör det däremot framhållas att matematikfärdigheter är mer komplexa än vad styrdokumentet i första hand kan tyckas ge sken av. Det föranleder denna diskussion om vilka möjligheter till matematiklärande som kan urskiljas i verksamheten genom ett noggrannare studium av betydelsefulla grundläggande matematiska förmågor som kan stödjas och utmanas i vardagliga lekar, samspel och rutinsituationer.

MATEMATISKA FÖRMÅGOR I DE TIDIGA BARNAÅREN

Matematik är i de nordiska pedagogiska verksamheterna för yngre barn i dag ett framskrivet innehåll. Samtidigt är det svårt att finna en enhetlig definition på vad matematik är och i synnerhet vad matematik för småbarn är. Matematik kan inte fångas in som ett gripbart objekt, istället kan matematik beskrivas som ett människonära redskap för att organisera, systematisera och kommunicera om rum, tid och kvantiteter (Mankiewicz, 2001). De yngsta barnen upplever på så sätt inte matematik som ett fenomen i sig, men erfar och prövar system, samband och representationer i vardagen som vuxna kallar matematiska. Däremot kan vi urskilja vissa generella förmågor hos barn som lägger grund för ett mera utvecklat matematiskt resonemang där representationer, principer och regler får begreppslig mening.

LeFevre m.fl. (2010) beskriver tre grundläggande kognitiva förmågor som var för sig bidrar till utvecklingen av olika matematiska färdigheter: numeriska, språkliga och spatiala förmågor. Dessa fungerar som referensram för det didaktiska resonemang som artikeln strävar till att belysa. Det finns i dag en omfattande kunskapsbas inom dessa tre områden och flera empiriska studier visar också på hur förmågorna samverkar och bygger upp matematiska färdigheter. Räknefärdigheten bygger till exempel på en intuitiv känsla för kvantiteter (numerisk förmåga) som relateras till verbala räkneord och språkligt uppbyggda räknesheter (språklig förmåga). Ytterligare kan räknande som procedur relateras till ett systematiskt hanterande av delar i aritmetiska problem (spatial förmåga). Förmågorna som LeFevre m.fl. beskriver samverkar på detta sätt i

många matematiska aktiviteter och utveckling av färdigheter. Nedan redogörs för det centrala i förmågorna.

Numeriska förmågor

Numeriska förmågor omfattar dels en intuitiv känsla för antal och små mängder och dels att hantera samband och förändringar i del-hetsrelationen i mängder. Förmågan kommer till uttryck bland annat när barn bedömer om mängder är större eller mindre, antal är fler eller färre samt icke-verbala aritmetiska uppgifter.

Språkliga förmågor

Språkliga matematiska förmågor innebär att tolka och representera matematiska samband och system i kulturella uttryck, det vill säga verbala och skriftliga symboler. Förmågan kommer till uttryck bland annat när barn tolkar aritmetiska uppgifter i tal och skrift. Matematiska färdigheter är enligt LeFevre m.fl. (2010) ofta relaterade till förståelse för talsystem som kan skilja sig åt mellan olika språk. Språklig medvetenhet och ordförråd har även betydelse för hur matematikfärdigheterna utvecklas, på grund av likheterna mellan fonologisk uppmärksamhet och matematisk urskiljningsförmåga.

Spatiala förmågor

Spatiala förmågor innebär att urskilja och hantera rummet och rumsliga relationer. Förmågan relaterar till arbetsminnet och kommer till uttryck till exempel när man försöker återskapa en ordning eller dra sig till minnes placeringen av ett föremål. Andra uttryck är att urskilja system men också att strukturera och organisera handlingar och problemlösningar, till exempel som att se ett problem som delproblem på väg mot ett mål och avgöra vad man bör göra först och vad som följer efter i problemlösningsprocessen. De spatiala förmågorna är i många fall intuitiva, men nödvändiga för att orientera sig i rummet, bedöma, beskriva och hantera problem.

Var för sig kan inte någon förmåga sägas vara avgörande för barns matematiska utveckling, i stället tycks förmågorna samverka och stödja varandra (LeFevre m.fl., 2010). Det betyder att i vanligt förekommande aktiviteter i barnpedagogisk verksamhet bör finnas goda möjligheter att utmana ett matematiskt tänkande där alla de ovan nämnda kognitiva förmågorna stimuleras.

MATEMATIKFÄRDIGHETERNAS UTVECKLING

Det finns en mångfald studier om barns kognitiva förmågor och en omfattande litteratur om det matematiska tänkandets utveckling. I dag torde de flesta ta utgångspunkt i att barn föds med vissa grundläggande förmågor, såsom att urskilja likheter och olikheter i form, rytm och omfång (Clearfield & Mix, 1999, 2001; Mix, Huttenlocher & Levine, 2002) eller till och med att uppfatta förändringar i exakta antal, *subitizing* (Antell & Keating, 1983; Wynn, 1998). I möten med omvärlden utvecklas förmågorna under barnets tidiga år till att bli allt mer nyanserade och exakta även när det gäller större mängder och antal (Wynn, 1998; McCrink & Wynn, 2004). Numeriska förmågor är en förutsättning för att utveckla färdigheter att resonera om samband och principer samt att lösa aritmetiska problem. Det finns belägg för att småbarn som har en mera nyanserad förmåga att uppskatta om mängder är ”mer” eller ”mindre” också visar en större begreppslig förståelse som visar sig i deras färdigheter att lösa aritmetiska problem när de kommer upp i skollåldern (Mazzocco m.fl., 2011).

De grundläggande numeriska förmågorna är generella och därmed inte direkt kopplade till räkneord eller räknesystem. Numerisk förmåga antas dock spela roll för att räkneord som är kulturella konstruktioner ska uppfattas ha en numerisk innebörd och för att barn ska lära sig hantera talraden (Aunio m.fl., 2006). Den miljö och kultur barnet växer upp i antas skapa såväl möjligheter som begränsningar för barnet att utveckla matematikfärdigheterna. Visserligen finns det individuella skillnader i kunnande och utvecklingspotential, men när en större population jämförs (se t.ex. Hyde & Mertz, 2009) visar det sig att skillnaderna i matematikkompetens i hög grad beror på sociokulturella faktorer. Den sociala miljöns betydelse vinner allt större gehör också inom studier med ett starkt fokus på kognitiva förmågor, där vuxnas samspel med barn i tidig ålder visar sig ha betydelse för de kognitiva förmågornas utveckling med konsekvenser för matematikfärdigheter (se t.ex. Levine m.fl., 2010; Pruden m.fl., 2011).

Det sägs att matematik och språk går hand-i-hand. Den största gemensamma nämnaren mellan matematik och språk torde vara begreppsbyggnad, det vill säga förmågan att generalisera innebörder. Denna förmåga är betydelsefull inte minst när barn möter tal och räkneord och förväntas förstå att två hundar har något gemen-

samt med två böcker, där det gemensamma inte går att känna igen i någon direkt synlig egenskap såsom färg eller form utan i pluraliteten som gestaltas i en samling av föremål. Att utveckla förståelse för talbegreppen som icke kontextbundna och därmed tillämpbara i vilka sammanhang som helst är en lång process som vanligtvis sker under barnets första fem-sex år (se Gelman & Gallistel, 1978; Fuson, 1992; Wynn, 1992).

Många matematiska begrepp används dagligen i samspel mellan barn och vuxna (Björklund, 2007). Ofta beskriver dessa begrepp hur saker och ting förhåller sig till andra och till rummet, till exempel i fråga om storlek och läge. De yngsta barnens möte med matematik handlar därför till stor del om beskrivningar av rummet och egenskaper hos objekt. Kännedom om omvärlden underlättar på så sätt begreppsbyggnaden och då även kommunikationen mellan människor. Rumsdimensionen är en betydelsefull aspekt av matematiken som enligt Clements och Sarama (2011) inte alltid uppmärksammas i tillräckligt hög grad.

Den språkliga förmågan utvecklas individuellt med stora variationer mellan barn. Studier av vuxnas kommunikation med barn visar dock att kvaliteten på språket i barns tidiga år spelar en större roll för barns matematikutveckling än man kanske tidigare trott. Levine m.fl. (2010) visar i en longitudinell studie att barn som möter ”number talk” under sina första år också i högre grad utvecklar förståelse för kardinaliteten i talbegreppen, det vill säga att det sist sagda räkneordet motsvarar alla räknade objekt, vilket i sig är av stor betydelse för att utveckla räknefärdigheterna. Av betydelse är dock explicit kvaliteten på begreppsdiskussionen, där det visar sig att inte enbart en mångfald begrepp utan hur begreppens komplexitet problematiseras tillsammans med barnen spelar roll för hur förståelsen utvecklas. Pruden m.fl. (2011) visar till exempel att barn som deltar i problematiserande samspel kring innebörden i spatiala begrepp (som beskriver lägen, riktning och utsträckning i rummet) utvecklar inte bara ett större ordförråd utan även någon form av mentala hållpunkter som senare fungerar som stöd för att lösa kognitiva spatiala men icke verbala uppgifter. Det spelar alltså roll på vilket sätt vuxna pratar med barn redan innan barnen själva utvecklat sitt verbala språk.

MATEMATISK INRIKTNING I PEDAGOGISKA AKTIVITETER

Nedan följer en fortsatt diskussion om de möjligheter att utveckla barns matematikerfarande i vanliga aktiviteter som kan framträda inom småbarnsfostran. Under en dag kan det förekomma såväl planerade som oplanerade lärandesituationer, med ett medvetet avgränsat matematiskt innehåll och även i situationer där lärandemålet i första hand är riktat mot andra färdigheter. Matematik är på så sätt intressant eftersom det inbegriper resonemang och redskap för att lösa många vardagliga problem och uppgifter, vilket gör att matematik kan synliggöras i nästan vilken aktivitet som helst.

Det empiriska material som utgör underlag för diskussionen är insamlade och tidigare rapporterade av Lindahl (1996, 2002). Materialet består av videografiska episoder som omfattar videodokumenterade skeenden där en eller flera personer riktar uppmärksamheten mot ett och samma fenomen under en begränsad tidsperiod (Lindahl, 2002; Björklund, 2010b). Episoderna skrivs ut i text med fokus på deltagarnas riktade uppmärksamhet som urskiljs i observationerna. Analysen mynnar ut i beskrivningar av en möjlig lärandeprocess där såväl handlingar som verbal kommunikation kan tolkas som uttryck för förståelse och meningsskapande. Tolkningarna görs mot bakgrund av de matematiska förmågor som LeFevre m.fl. (2010) beskriver som grundläggande för utveckling av matematikfärdigheter.

Arne och lilla stolen

De yngsta barnen i daghemmen uttrycker sig inte alltid i ord men har ändå tydliga avsikter och tänkta strategier för sitt handlande. Handlingar tolkas i modern barnpedagogisk forskning som uttryck för förståelse och uppfattningar av erfarna fenomen, vilket gör det möjligt att uttolka barns avsikter och även möjliga utvecklingspotential i en situation (Lindahl, 1996; Björklund, 2007; Kim, Roth & Thom, 2011)

Arne (18 månader gammal) står tillsammans med en annan pojke i samma ålder framför en hög leksakshylla. Högst upp står en liten bil. Båda pojkarna sträcker allt vad de förmår armarna högt upp i luften. Det är dock alltför högt, så de har ingen möjlighet att nå bilen. Arne står stilla en stund och ser sig omkring. Plötsligt går han tvärs över golvet till andra sidan av rummet. Där hämtar han en liten stol som han bär med sig i riktning mot leksakshyllan.

lan. När han hunnit halvvägs över golvet kommer emellertid förskolläraren bakifrån och tar stolen från Arne samt ställer den intill ett bord. Arne kommer av sig och sätter sig på stolen. Den andra pojken går då fram och klappar Arne på armen samtidigt som han pekar i riktning mot hyllan.

Att upptäcka att något inte kan nå väcker uppmärksamhet på hur den egna kroppen förhåller sig till omvärlden och olika objekt i den. Barnets spatiala förmåga utmanas i hög grad i episoden i fråga om att uppskatta rummets dimensioner och proportioner där barnet bedömer hur högt han själv når och hurudant redskap som kan göra att han når högre. Barnet möter i episoden begrepp som ur ett pedagogiskt perspektiv kan beskrivas i matematiska termer som höjd, längd, avstånd och riktning.

Av pedagogiskt intresse är även hur barn, som i episoden ovan, planerar sitt agerande och på ett övertygande sätt organiserar hur problemet kan lösas. Problem betyder i detta fall därför inte något negativt, utan i stället en utmärkt möjlighet för barnet att urskilja förhållanden i det fysiska rummet. Man kan här känna igen den spatiala aspekten av det matematiska tänkandet där problemlösningen förutsätter att barnet förmår lokalisera ett objekt som är lämpligt att klättra upp på och även orientera sig från en sida av rummet till den andra, mot målobjektet.

Ytterligare en händelse utspelar sig i den korta episoden som kan väcka diskussion om barns matematiska tänkande. Den andra pojken som Arne tidigare lekte med vill göra Arne uppmärksam på bilen uppe på hyllan och pekar i riktning mot hyllan. Pojkarna använder inga tydliga verbala uttryck, men kommunicerar lika väl om lägen och riktning i rummet genom sina kroppsliga gestaltningar. Gestaltningarna stödjer kommunikationen men bygger på att barnen har en gemensam hållpunkt (Björklund, 2007), det vill säga det de erfart gemensamt och bygger upp kommunikationen kring.

Ur ett didaktiskt perspektiv är vinsten av att analysera episoden med Arne och stolen att urskilja den kompetens småbarn besitter. Arne resonerar matematiskt på flera sätt i episoden och pedagogens uppgift bör i det hänseendet vara att uttolka barnets avsikt och även vilka erfarenheter barnet bygger sitt avsiktliga handlande på. Då kan pedagogen i stället för att avbryta projektet bidra till barnets problemlösning och utveckling av spatial förmåga genom att erbjuda

beskrivande begrepp och frågeställningar som uppmärksammar Arne på de förhållanden i rummet som han intuitivt har beaktat. Frågeställningar som urskiljer sådana rumsliga relationer är till exempel "vart ska du gå" som inte kräver ett verbalt svar men riktar uppmärksamheten på förflyttningen i rummet och riktningen.

Stina och elefantvisan

Elefantvisan är en vanligt förekommande sång i de finländska daghemmen. Redan de yngsta barnen i ettårsåldern deltar gärna i sångleken i och med att strukturen är lätt att följa och barnen kan delta på sina egna villkor. Visan nämns gärna av barnträdgårdslärare som exempel på hur matematiken blir en naturlig del av verksamheten. Ur ett matematiklärande perspektiv kan innehållet i sången och leken problematiseras på flera sätt för att synliggöra och begrunda de pedagogiska möjligheterna.

Två vuxna sätter sig på golvet i en ring tillsammans med tio barn. En av de vuxna, Anna, organiserar så att Stina (17 månader) får sitta bredvid henne i ringen. "Har ni sett en sån stor elefant vi har fått här?", frågar Anna. Hon tar gitarren och börjar spela och alla sjunger "En elefant balanserade". En flicka går runt utanför ringen och föreställer en elefant genom att hålla armar och händer som en snabel. Stina reser sig snabbt och tittar noggrant på. "Peka på någon, säger Anna. Flickan pekar på en annan flicka. "Nu får du stiga upp och gå och ställa dig efter", säger Anna till flickan. Anna frågar hur många elefanter det är nu. "Två", svarar barnen och så sjunger man igen om två elefanter. Plötsligt reser sig Stina och börjar gå tillsammans med de andra runt i ringen. Hon håller handen på sin näsa (som snabel). "Är Stina med också som elefant?" frågar den vuxna. "Johan", säger ett barn. "Är Johan med också? Men då är vi ju plötsligt fyra elefanter för lilla Stina är med också." Och så sjunger man igen: "Fyra elefanter". Då musiken tystnar säger den första flickan: "Men jag skulle gå först!" Anna svarar: "Men när man går i ring så vet man inte riktigt vem som är först och sist. Du är ju kanske först i alla fall, även om det inte syns så tydligt. Ska ni ställa er bredvid varandra nu som elefanter?" Sen säger hon: "Får jag se om det kan bli snablar på elefanten? Hur många elefanter är vi nu då?" "Fem", svara ett av barnen. Leken fortsätter med fem och med sex elefanter. När musiken

tystnar säger Anna: "Och vem tar vi nu då? Cassandra, vill du vara med? Hon vill inte. Då blir det Roberts tur. Och vad kommer efter sex?", frågar Anna. "Ett, två, tre, fyra, fem, sex?" "Sju", svarar ett av barnen. Leken fortsätter med "Sju elefanter", och efter det säger Anna: "Oj då, nu blir elefanterna så många här så snart får jag snart inte plats".

Det mest tydliga i visan är måhända den språkliga begreppsanvändningen som kan vara möjlig att problematisera och utmana innebördsförståelsen av. Talbegreppen i visan följer talraden så att "en elefant", följs av en annan och man sjunger då om "två elefanter" och så vidare, så många barn som deltar i sångleken. Ökningen är successiv och de uttalade räkneorden förhåller sig ett-till-ett till de räknade objekten, vilket kan fungera som utgångspunkt för att uppmärksamma additiva strukturer och begreppsnybörd för barnen. Det är däremot ingen självklarhet att barn spontant uppfattar den numerära innebörden i talbegreppen. Det som pedagogen i episoden gör är däremot en förutsättning för att barnen ska göras uppmärksamma på en numerisk innebörd. Hon frågar hur många elefanter som står i ringen, innan de fortsätter sjunga om det antalet. När plötsligt Stina går med i ringen och antalet oväntat förändras tar pedagogen detta som ett tillfälle att igen urskilja förändringar i antal och frågar hur många elefanter det nu är. Den språkliga och numerära aspekten av matematiken som framträder i aktiviteten lyfts på så sätt också fram till betraktelse för barnen. En annan intressant händelse i leken uppstår när ett barn utbrister "men jag ville ju vara först". När barnen går i ring efter varandra händer det sig lätt att den som först gick i ringen plötsligt ser sig själv gå efter någon annan. Det intressanta i detta är att cirkelformen har den egenskapen att det inte naturligt går att urskilja en början eller ett slut. Att hantera form och riktning är exempel på den spatiala aspekten av matematik som på ett naturligt sätt ingår i många rörelselekar och -sånger. Pedagogen svarar på barnets undran genom att poängtera den intressanta egenskapen hos cirkeln "men när man går i ring så vet man inte riktigt vem som är först och sist. Du är ju kanske först i alla fall, även om det inte syns så tydligt". Det är viktigt att uppmärksamma barns spontana förundran, även om det inte alltid är möjligt att finna ett enda svar. Betydelsen ligger däremot i att fånga barns initiativ och egna problemställningar eftersom dessa är me-

ningsfulla för barnet. I dialogen som uppstår utgående från barnets fråga kan begreppsinnbörden utvecklas i och med att andra perspektiv och aspekter kan synliggöras för barnet.

Erik och Arne väver

Många aktiviteter i den finländska barnpedagogiska verksamheten bygger på traditionella lekar, spel, aktiviteter och hantverk som lärs ut från generation till generation. Förutom det kulturella värdet i att föra vidare kunskaper och färdigheter kan även en matematisk dimension urskiljas, som både stödjer den kulturbärande aspekten och utvecklandet av barns kognitiva förmågor. Episoden nedan beskriver en aktivitet kring en vävram, men kunde lika gärna kretsa kring andra traditionella verksamheter såsom att trä pärlor, lägga pussel, docklek, klossbygge, handavtryck eller skapande i lera och andra bildliga gestaltningar (se Björklund, 2007, för exempel på barns erfarenhet av matematik i vardaglig finländsk barnpedagogisk verksamhet).

Greta sitter med Arne, 21 månader, i famnen vid ett bord där hon visar Erik, 5 år, vävteknik. Erik som väver ser inte speciellt inspirerad ut, medan Arne i famnen noga iakttar vävningen. Greta håller Eriks hand då han för nålen över och under trådarna i skälet. Arne lyssnar när hon instruerar Erik "Upp och ner, upp och ner" och tittar koncentrerat på nålen som går över och under trådarna. Arne sträcker fram handen för att ta tag i vävnålen, men då vill Erik dra själv och ser belåten ut då han lyckas dra tråden igenom väven. Arne som hela tiden följer med vävningen drar då istället vävbommen fram och tillbaka. Erik tänker föra in vävnålen från samma sida igen men då säger Greta: "Erik, Erik, nu börjar vi där tråden slutade. Erik, Erik lyssnar du, där tråden slutar börjar man igen. Annars blir det bara en lös tråd som ligger över så, vet du", säger Greta och visar med tråden hur den ligger över. "Så börjar vi där så, upp, ner". Hon håller ner trådarna turvis och hjälper Erik först genom att hålla honom i handen då han trär vävnålen genom skälet rakt bort från honom själv och säger: "Ner, upp och ner..." Arne i famnen följer med skeendet. Efter en stund visar Arne att han vill försöka väva och det får han. Greta tar ett stadigt tag i Arnes hand och säger: "Upp och ner. Så håller du så, håller du i vävnålen så, så väver vi du och jag. Backe upp, backe ner, backe upp och backe ner". Arne är

koncentrerad och får själv dra genom nålen. Greta säger till Arne: "Ska vi säga backe...?" "Backe upp", svarar Arne, och ser glad ut, varpå Greta fortsätter: "... och backe ner. Ska vi väva den och ha den till dockskåpet, Arne? Ska vi ha den i dockskåpet sen, den fina mattan sen? Ska vi bara fästa tråden här så. Så fäster vi tråden här". Efter en stund blir Greta upptagen av ett annat barn. Arne vrider och vänder på nålen och fortsätter. Han sticker nålen in under alla trådarna och får med viss ansträngning fram den på andra sidan. Arne försöker igen och lyckas trä in nålen mellan trådarna. Tråden glider ur nålen medan Arne säger: "backe upp, backe ner, backe upp, backe ner".

Vävtekniken som tycks fascinera det lilla barnet är utmanande i all sin enkelhet, både motoriskt och kognitivt. Såväl språkliga som spatiala matematiska förmågor utmanas och utvecklas hos barnet. Den vuxna instruerar barnen hur vävnålen turvis ska gå upp över varptråden och ner under följande varptråd. Utmaningen för Arne ligger delvis i att motoriskt behärska redskapen, men också i att urskilja den systematik som uppgiften går ut på; varannan över och varannan under. Systematiska handlingar och att växla riktning är goda exempel på spatiala förmågor som är betydelsefulla för att urskilja och skapa mönster av olika slag. Vävningen bygger alltså på den spatiala förmågan som kan stödjas av det språkliga mönster som framträder i de återkommande beskrivande begreppen "upp, ner, upp, ner".

Små barn tar sig gärna an utmaningar av detta slag, men behöver ofta stöd av vuxna för att bemästra uppgiften och känna att de lyckas. Lindahl och Pramling Samuelsson (2002) liksom Öhberg (2004) visar att barn i ettårsåldern de facto anpassar handlingar och aktiviteter så att de är genomförbara på ett tillfredsställande sätt, även om en eventuell modell inte imiteras till fullo. De verbala begreppen är ofta ett gott stöd, också för de yngre barnen, vilket visar sig i Arnes egna uttryck "backe upp, backe ner" när han självständigt genomför aktiviteten.

DISKUSSION

Avsikten med denna artikel är att lyfta till diskussion de möjligheter till matematiklärande som kan ta form i barns dagliga aktiviteter. Även om en observatör kan uttolka matematiska samband som är möjliga att synliggöra i en

situation, är den didaktiska kompetensen hos pedagogen avgörande för om matematiken verkligen blir ett pedagogiskt innehåll. För att kunna konstatera att något matematiklärande sker är det avgörande att barnet själv blir uppmärksam på samband eller fenomen som vi kan benämna matematiska till sin karaktär, såsom numerära, språkliga eller spatiala (LeFevre m.fl., 2010). Vidare bör det finnas en strävan till att utveckla eller fördjupa förståelsen av numeriska, språkliga eller spatiala samband och principer, antingen på barnets eget initiativ eller i dialog med en utmanande samtalspartner eftersom detta bidrar till att utveckla matematikfärdigheterna på flera områden (Levine m.fl., 2010; Pruden m.fl., 2011).

Styrdokumentet som ställer upp riktlinjer för den finländska småbarnstrostran formulerar i relativt vaga termer de målsättningar den matematiska inriktningen i verksamheten bör sträva mot. Det sägs att barn ska göra jämförelser, dra slutsatser och räkna i vardagliga lekrelaterade situationer med stöd av bekanta konkreta material, föremål och redskap som intresserar dem. Detta riktar visserligen fokus mot verksamheten och aktiviteter som stimulerar matematiklärande, men lämnar den didaktiska varför-frågan till pedagogen att besvara. Det ankommer även på pedagogen att avgöra vilka matematikområden aktiviteterna ska stimulera och vilka begrepp som anses betydelsefulla för barn att utveckla sin förståelse för. Tydligt är dock att verksamheten ska utgå från barnens intressen och initiativ där välbefinnande och meningsfullhet antas vara förutsättningar för lärande.

Pedagogisk verksamhet är normativ till sin karaktär, vilket innebär att det ska finnas ett syfte och mål med de handlingar och aktiviteter som genomförs. Med matematik som en innehållslig riktning i pedagogisk verksamhet bör därför matematik kunna lyftas fram som objekt för lärande, där något kunnande eller någon färdighet utmanas i en tänkt riktning. Att fånga barns initiativ och rikta uppmärksamheten mot ett lärandeobjekt förutsätter att pedagogen har kunskaper i matematisk tankeutveckling och även en utvecklad förmåga att tolka det som sker i stunden, i förhållande till barns utveckling sedd i ett längre perspektiv. Barns frågor och förundran är på så sätt betydelsefulla att ta i beaktande eftersom de är meningsfulla och aktuella här och nu. En filosofiskt intressant frågeställning infinner sig dock i hur barn kan ställa frågor om sådant de inte har kunskaper om? Frågan har ett enkelt

svar: det kan inte barn. Däremot ställer barn frågor om sådant de upplever varje dag, men som de erfar ur ett nytt perspektiv eller i förhållande till något främmande eller förändrat. Om barns egna frågor tas som utgångspunkt för pedagogisk verksamhet är det desto viktigare att barn ges tillgång till en mångfald erfarenheter i tidig ålder som stimulerar alla aspekter av de komplexa matematiska förmågorna. Dessa erfarenheter är den grund från vilken de möter fenomen i omvärlden och där kontraster mellan det kända och det främmande skapar konflikter, nyfikenhet och uppmärksamhet på samband och innebörder. Exempel på barns initiativ att undersöka omvärlden, där matematik kan utgöra en av flera möjliga riktningar och beskrivningsramar, kan ses i episoderna som beskrivs här ovan. Stina som går med i sångleken deltar på sina villkor och erfar bland annat hur talbegrepp används i just det sammanhanget. Tidiga möten med ord och uttryck som problematiseras i meningsfulla sammanhang har betydelse för barns utveckling av begreppslig förståelse, vilket visar sig i utvecklingen av matematiska färdigheter och kompetenser också långt senare (Levine m.fl., 2010; Fuson, 1992). Att ingå i en grupp är förutom ett socialt och emotionellt viktigt inslag i den barnpedagogiska verksamheten därför även en möjlighet att utveckla den intuitiva känslan för mängder, antal och småningom också tal, såvida detta samband (en, två, och flera tillsammans) görs synligt och gripbart för barnen. På många sätt handlar matematiklärande i småbarnstrostran om att synliggöra det som ofta tas för givet (jfr utvecklingspedagogiken enligt Asplund Carlsson & Pramling Samuelsson, 2003) men som kan vara avgörande att få syn på för att utveckla förståelsen hos barnen.

”Matematiken finns överallt” är ett uttryck som många gärna stödjer sig på i resonemanget om matematik i barnpedagogisk verksamhet. Jag vill dock ställa mig kritisk till det påståendet, i synnerhet när diskussionen rör yngre barns lärande, eftersom det vi kallar matematik är en abstraktion och en beskrivning av samband mellan objekt eller företeelser i omvärlden som inte med självklarhet uppmärksammas av alla barn. Först när dessa samband skiljs ut av barnet själv eller för barnet av någon annan, kan vi påstå att matematiken går att finna ”överallt”. Den pedagogiska handlingskompetensen ställs på sin spets i denna diskussion, eftersom kunnande om matematik, matematisk tankeutveckling och barns erfarenhetsvärld bildar en

komplex ram för att planera stimulerande aktiviteter som verkligen kan bidra till varje barns utveckling och förståelse för matematiska relationer, begrepp och principer.

Att arbeta med en matematisk inriktning enligt de finländska styrdokumenterna för småbarnsfostran förutsätter att pedagogen har kunskaper om matematik, eftersom styrdokumenterna i sig är mycket sparsamma i instruktioner både gällande innehåll, mål och arbetssätt. Att arbeta med "räkneuppgifter inom ett slutet begreppssystem" (Stakes, 2005, s. 33) bör med all säkerhet gestalta sig på olika sätt beroende på om pedagogen möter barn i ettårsåldern eller femårsåldern och barn med varierande erfarenhetsbakgrund. Ett matematiskt innehåll uttryckt som "räkneuppgifter" ter sig antagligen främmande för de flesta småbarnspedagoger och behöver brytas ner till matematikens grundstenar för att fungera som ett rimligt lärandemål att sträva mot i arbetet med yngre barn. Räknande som bland annat bygger på att resonera om jämförbara mängder och hur tal och andra matematiska begrepp kan användas för att beskriva den uppfattade skillnaden, kan därför utgöra ett lärandeobjekt som alla barn kan ta del av och utmanas i till exempel i Elefantsången. Också i vävningsaktiviteten ges möjligheter att utmana aspekter av räknefärdigheten i och med nödvändigheten att uppfatta regelbundenheter och system, samt att det är möjligt att förutsäga en serie om man känner till den bakomliggande idén där verbala begrepp kan fungera som stöd för att bibehålla kontrollen. Den språkliga miljön och begrepp som barn erbjuds behöver diskuteras i den pedagogiska verksamheten, eftersom språket och innebörden i uttryck bidrar till att också de allra yngsta barnen tillägnar sig tankeredskap som stöd för att resonera om matematiska samband och principer, vilket vi kan se i episoderna ovan som även stöder Prudens m.fl. mera omfattande studier (2011).

De förmågor som LeFevre m.fl. (2010) lyfter fram kan bidra till en bredare förståelse för matematiklärandets komplexitet, där också de yngsta barnens erfarende kan tolkas som grundläggande för att utveckla matematikfärdigheter. Med fördjupade kunskaper om färdigheternas olika aspekter och utveckling är det möjligt att hantera styrdokumentens målformuleringar i aktiviteter och situationer som planeras och genomförs dagligen inom småbarnsfostran. På så sätt bör varje barn i högre utsträckning kunna erbjudas stöd för sitt lärande i enlighet med den

nya skollagen och dess följder för pedagogisk verksamhet på alla stadier.

REFERENSER

- Alasuutari, M., & Karila, K. (2010). Framing the picture of the child. *Children & Society*, 24(2), 100–111.
- Antell, S., & Keating, D. (1983). Perception of numerical invariance in neonates. *Child Development*, 54(3), 695–701.
- Asplund Carlsson, M., & Pramling Samuelsson, I. (2003). *Det lekande lärande barnet. I en utvecklingspedagogisk teori*. Stockholm: Liber.
- Aunio, P., Niemivirta, M., Hautamaäki, J., Van Luit, J., Shi, J., & Zhan, M. (2006). Young children's number sense in China and Finland. *Scandinavian Journal of Educational Research*, 50(5), 483–502.
- Barth, H., La Mont, K., Lipton, J., Dehaene, S., Kanwisher, N., & Spelke, E. (2006). Non-symbolic arithmetic in adults and young children. *Cognition*, 98(3), 199–222.
- Björklund, C. (2012). What counts when working with mathematics in a toddler-group? *Early Years. An international Journal of Research and Development*, 32(2), 215–228. [Online 2012-02-20] DOI:10.1080/09575146.2011.652940
- Björklund, C. (2011). One step back, two steps forward: An educator's experiences from a learning study of basic mathematics in preschool special education. *Scandinavian Journal of Educational Research*. [Online 2011-11-01] DOI: 10.1080/00313831.2011.599425
- Björklund, C. (2010a). Broadening the horizon: Toddlers strategies for learning mathematics. *International Journal of Early Years Education*, 18 (1), 71–84.
- Björklund, C. (2010b). Att fånga komplexiteten i småbarns lärande: En metodologisk reflektion. *Nordisk Barnehageforskning*, 3(1), 111–120.
- Björklund, C. (2007). *Hållpunkter för lärande: Småbarns möten med matematik*. (Diss.). Åbo: Åbo Akademis Förlag.
- Byrnes, J., & Wasik, B. (1991). Role of conceptual knowledge in mathematical procedural learning. *Developmental psychology*, 27(5), 777–786.
- Clearfield, M., & Mix, K. (1999). Number versus contour length in infants' discrimination of small visual sets. *Psychological Science*, 10(5), 408–411.
- Clearfield, M., & Mix, K. (2001). Amount versus number. Infants' use of area and contour length to discriminate small sets. *Journal of cognition and development*, 2(3), 243–260.

- Clements, D., & Sarama, J. (2011). Early childhood teacher education: the case of geometry. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 14(2), 133–148.
- Fuson, K. (1992). Relationships between counting and cardinality from age 2 to age 8. In J. Bideaud, C. Meljac, & J.-P. Fischer (Eds.), *Pathways to number: Children's developing numerical abilities* (sid. 127–150). Hillsdale, NJ.: Lawrence Erlbaum Associates.
- Gelman, R., & Gallistel, C. (1978). *The child's understanding of number*. Cambridge, Mass.: Harvard University Press.
- Hujala, E. (2002). The curriculum for early learning in the context of society. *International Journal of Early Years Education*, 10(2), 95–104.
- Hyde, J., & Mertz, J. (2009). Gender, culture, and mathematics performance. *PNAS*, 106(22), 8801–8807.
- Johansson, E., & Pramling Samuelsson, I. (2006). *Lek och läroplan. Möten mellan barn och lärare i förskola och skola*. Göteborg: Acta Universitatis Gothoburgensis.
- Karila, K., Kinos, J., Niiranen, P., & Virtanen, J. (2005). Curricula of Finnish kindergarten teacher education: Interpretations of early childhood education, professional competencies and educational theory. *European Early Childhood Education Research Journal*, 13(2), 133–145.
- Kim, M., Roth, W.-M., & Thom, J. (2011). Children's gestures and the embodied knowledge of geometry. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 9(1), 207–238.
- Kunnskapsdepartementet (2006). *Rammeplan for barnehagens innhold og oppgaver*. Tillgänglig online [2012-03-04]: <http://www.regjeringen.no/upload/kilde/kd/reg/2006/0001/ddd/pdfv/282023-rammeplanen.pdf>
- Lag om ändring av lagen om grundläggande utbildning 16a § 1 mom. (642/2010). Tillgänglig online [2012-03-22]: <http://www.finlex.fi/sv/laki/alkup/2010/20100642>
- LeFevre, J.-A., Fast, L., Skwarchuk, S.-L., Smith-Chant, B., Bisanz, J., Kamawar, D., & Penner-Wilger, M. (2010). Pathways to mathematics: Longitudinal predictors of performance. *Child Development*, 81(6), 1753–1767.
- Levine, S., Suriyakham, L.W., Rowe, M., Huttenlocher, J., & Gunderson, E. (2010). What counts in the development of young children's number knowledge? *Developmental Psychology*, 46(5), 1309–1319.
- Lindahl, M. (2002). *Vårda – vägleda – lära: Effektstudie av ett interventionsprogram för pedagogers lärande i förskolemiljön*. Göteborg: Acta Universitatis Gothoburgensis.
- Lindahl, M. (1996). *Inläring och erfarenhet*. Göteborg: Acta Universitatis Gothoburgensis.
- Lindahl, M., & Pramling Samuelsson, I. (2002). Imitation and variation: Reflections on toddlers' strategies for learning. *Scandinavian Journal of educational research*, 46(1), 25–45.
- Mankiewicz, R. (2001). *Matematiken genom tiderna*. Stockholm: Albert Bonniers.
- Marton, F., & Tsui, A. (Red.) (2004). *Classroom discourse and the space of learning*. Mahwah, NJ: Erlbaum.
- Mazzocco, M., Feigenson, L., & Halberda, J. (2011). Preschoolers' precision of the approximate number system predicts later school mathematics performance. *PLoS ONE*, 6(9). e23749.
- McCrink, K., & Wynn, K. (2004). Large-number addition and subtraction by 9-month-old infants. *Psychological Science*, 15(11), 776–781.
- Mix, K., Huttenlocher, J., & Levine, S. (2002). Multiple cues for quantification in infancy: Is number one of them? *Psychological Bulletin*, 128(2), 278–294.
- Pramling Samuelsson, I. (2010). Ska barns kunskaper testas eller deras kunnande utvecklas i förskolan? *Nordisk barnehageforskning*, 3(3), 159–167.
- Pramling Samuelsson, I. (2005). Can play and learning be integrated in a goal-orientated early childhood education? *Early Childhood Practice: The Journal for Multi-Professional Partnerships*, 7(1), 5–22.
- Pramling Samuelsson, I., & Pramling, N. (2009). Children's perspectives as 'touch downs' in time: Assessing and developing children's understanding simultaneously. *Early Child Development and Care*, 179(2), 205–216.
- Pruden, S., Levine, S., & Huttenlocher, J. (2011). Children's spatial thinking: does talk about the spatial world matter? *Developmental Science*, 14(6), 1417–1430.
- Skolverket (2010). *Läroplan för förskolan. lpfö98. Reviderad 2010*. Tillgänglig online [2012-03-04]: <http://www.skolverket.se/publikationer?id=2442>
- Stakes (2005). *Grunderna för planen för småbarnsförskola*. Tillgänglig online [2012-03-04]: <http://www.thl.fi/thl-client/pdfs/2e130087-8320-4be7-b07d-218aa17e6873>
- Utbildningsstyrelsen (2010). *Grunderna för förskoleundervisningens läroplan*. [2012-03-04]: http://www.opf.fi/download/131117_Grunderna_for_forskoleundervisningens_laroplan_2010.pdf

- Vygotsky, L. (1978). *Mind in society: The development of higher psychological processes*. Cambridge, Mass.: Harvard University Press.
- Wynn, K. (1992). Children's acquisition of the number words and the counting system. *Cognitive Psychology*, 24(2), 220–251.
- Wynn, K. (1998). Numerical competence in infants. In C. Donlan (Ed.), *The development of mathematical skills* (sid. 3–25). Hove: Psychology Press.
- Öhberg, C. (2004). *Tanke och handling. Ettåringars utforskande och problemlösande aktiviteter*. Rapport nr. 8/2004. Vasa: Åbo Akademi.
- Öhberg, C. (2000). *Ettåringars initiala erfarenheter av matematik och fysik*. Opublicerad avhandling för pedagogie magisterexamen. Vasa: Åbo Akademi.